INTRODUÇÃO

~~INTRODUÇÃO~~

EXISTEM 4 FORÇAS BEM CONHECIDAS NA NATUREZA, SÃO ELAS:

- FORTE: DE CURTO ALCANCE E CERCA DE CEM VEZES MAIS FORTE QUE A ELETROMAGNÉTICA
- FRACA: CURTO ALCANCE E FRACA
- GRAVITACIONAL: FRACA
- ELETROMAGNÉTICA: SERÁ DISCUTIDA NAS PRÓXIMAS SEÇÕES

AS EQ. DE MAXWELL TRATAM DA ÚLTIMA

E SERÁ DISCUTIDA ~~PELA~~ ATRAVÉS DA LEI DE GAUSS; NÃO EXISTEM POLOS MAGNÉTICOS ISOLADOS; PELA LEI DE FARADAY E PELA LEI DE AMPÈRE AO LONGO DESSA DISSERTAÇÃO.

LEI DE GAUSS

A LEI DE GAUSS É DADA PELA EQUAÇÃO:

$$\boxed{\varepsilon_0 \oint \vec{E}\cdot\hat{n}\, dA = q} \quad (1)$$

, ONDE A REPRESENTA A ÁREA. ESSA FORMULAÇÃO É ÚTIL PARA PROBLEMAS LIMITADOS QUE POSSUEM SIMETRIA, PORÉM TEM IMPORTANTE ASPECTO TEÓRICO.

O CAMPO ELÉTRICO É DADO POR:

$$\boxed{\vec{E} = \lim_{q\to 0} \frac{\vec{F}}{q}}$$

E A FORÇA $\vec{F}$ É DADA POR

$$\boxed{\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\, q \left[\sum_i \frac{q_i(\vec{r}-\vec{r}_i)}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3} + \int \frac{\vec{r}-\vec{r}\,'}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}\, \rho(r')\, dV' + \oint \frac{\vec{r}-\vec{r}\,'}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}\, \sigma(r')\, dA' \right]} \quad (2)$$

É NESSE CONTEXTO QUE SE SITUA A LEI DE GAUSS, QUE É UMA LEI QUE ENVOLVE O CAMPO ELÉTRICO.

q É A CARGA TESTE E q_i, $\rho(r')dV'$, $\sigma(r')dA'$ SÃO

OS ELEMENTOS PRODUTORES DE CAMPO ELÉTRICO

~~AO USARMOS A EQ. (1), ENCONTRAMOS:~~

O PRÓXIMO OBJETIVO É ENCONTRAR A EQUAÇÃO (1), ESSA A INTEGRAL:

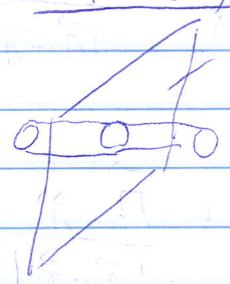
$$\oint \vec{E}\,\hat{n}\,dA = \frac{q}{\cancel{4\pi}\varepsilon_0 \cancel{|\vec{r}|^3}}\,\cancel{\vec{r}}\,\hat{n}\,\cancel{4\pi r^2}$$

$$\boxed{\oint_S \vec{E}\,\hat{n}\,dA = \frac{q}{\varepsilon_0}} \qquad (3)$$

DESSA FORMA, A EQ DE GAUSS FOI DEDUZIDA E ELA É VALIDA PARA QUALQUER SUPERFÍCIE, SEJA S_1 OU S_2

APLICAÇÃO DA LEI DE GAUSS

A)



DENSIDADE SUPERFICIAL DE CARGA

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E}\,\hat{n}\,dA = q = \sigma A + \sigma A$$

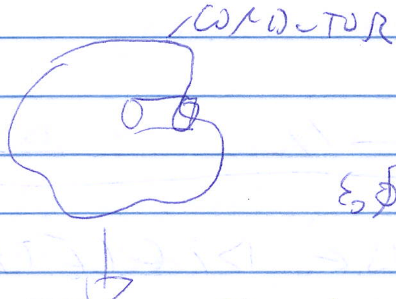
$$\varepsilon_0 E \cancel{A} = 2\sigma \cancel{A}$$

$$\boxed{E = \frac{2\sigma}{\varepsilon_0}}$$

(2)

DQF1042025-28

B)



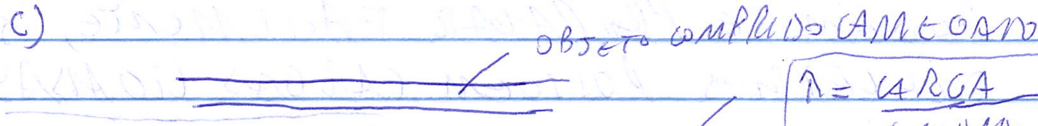
$$\varepsilon_0 \oint \vec{E}\,\hat{n}\,dA = q = \sigma A$$

$$\varepsilon_0 E A = \sigma$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

NESTE CASO, POR SER CONDUTOR, O CAMPO DO OBJETO EM SEU INTERIOR É ZERO.

C)



$$\boxed{\lambda = \frac{\text{CARGA}}{\text{UNIDADE DE COMPRIMENTO}}}$$

$$\varepsilon_0 E\, 2\pi r \ell = \lambda \ell$$

$$\boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0}}$$

FORMA DIFERENCIAL DA LEI DE GAUSS

$$\boxed{\oint \vec{E}\,\hat{n}\,dA = \int \vec{\nabla}\vec{E}\,dV}$$ → RELAÇÃO A PARTIR DO TEOREMA DO DIVERGENTE

MAS $q = \int \rho\,dV$

ENTÃO

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E}\,\hat{n}\,dA = \boxed{\int \vec{\nabla}\vec{E}\,dV} = q = \boxed{\int \rho\,dV}$$

UNINDO ESSAS EQ.:

OBTEMOS $\boxed{\vec{\nabla}\vec{E} = \rho}$ →

(4)

A RELAÇÃO (4) É A LEI DE GAUSS NA SUA FORMA DIFERENCIAL.

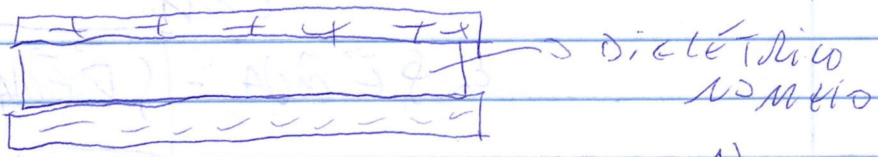
—//—//—//—

PRESENÇA DE DIELÉTRICO

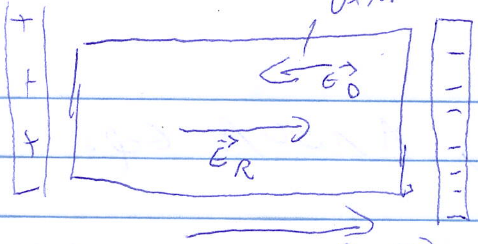
EXISTEM DIVERSOS TIPOS DE MATERIAIS, SENDO QUE OS CONDUTORES E DIELÉTRICOS REPRESENTAM DOIS DELES. OS CONDUTORES ~~SÃO/CONSTITU~~ CONTÉM CARGAS LIVRES QUE PODEM SE PROPAGAR FACILMENTE, JÁ OS DIELÉTRICOS POSSUEM CARGAS LIGADAS.

ISSO SIGNIFICA QUE NOS DIELÉTRICOS, AS CARGAS POSITIVAS E NEGATIVAS SE AFASTAM UMAS DAS OUTRAS NA PRESENÇA DE UM CAMPO ELÉTRICO EXTERNO, MAS NÃO O SUFICIENTE PARA SEREM EXTRAÍDAS OU SE AFASTAREM BASTANTE DE SUA VIZINHANÇA. A QUESTÃO É COMO A LEI DE GAUSS SE MANIFESTA NA PRESENÇA DE MATERIAIS DIELÉTRICOS.

SEJA A PLACA:



(FIGURA (1))



CAMPO NO DIELÉTRICO CAUSADO PELO AFASTAMENTO DAS CARGAS

FIGURA (2)

CAMPO $\vec{E}_{EXT}$ EXTERNO

ASSIM, NA PRESENÇA DE UM CAMPO ELÉTRICO EXTERNO, O CAMPO RESULTANTE SERÁ DADO POR

$$\vec{E}_R = \vec{E}_{EXT} + \boxed{\vec{E}_D} \qquad (5)$$

CAMPO CAUSADO PELOS DIPOLOS ELÉTRICOS

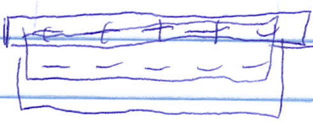
PORTANTO, OCORRE UMA DIMINUIÇÃO NO CAMPO ELÉTRICO NO ESPAÇO PREENCHIDO PELO DIELÉTRICO. A QUESTÃO É COMO ISSO ACONTECE:

A FIGURA (1) E (2) SÃO AS MESMAS COM A A PRESENÇA DE UM CAPACITOR, COM DIFERENÇA QUE A SEGUNDA ESTÁ DEITADA.

AO SE CALCULAR O CAMPO ELÉTRICO DENTRO DO DIELÉTRICO É NECESSÁRIO LEVAR EM CONTA <u>TODAS</u> AS CONTRIBUIÇÕES DE CARGA, ENTÃO:

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot \hat{n}\, dA = (Q + Q_p)$$

ONDE Q_p É A CONTRIBUIÇÃO DA CARGA DE POLARIZAÇÃO DEVIDO ~~[illegible]~~ ORIENTAÇÃO DAS CARGAS NA SUPERFÍCIE DO DIELÉTRICO:



$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot \hat{n}\, dA = \underbrace{q}_{\text{CARGA DO CONDUTOR, CAPACITOR}} - \overbrace{q'}^{\text{CARGA INDUZIDA NA SUPERFÍCIE DO DIELÉTRICO}}$$

De forma geral, a nova eq. de Gauss fica:

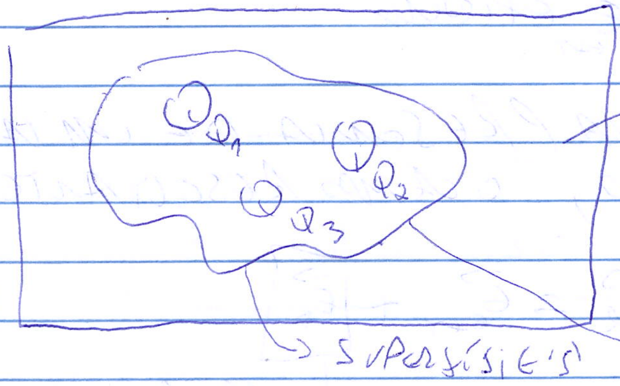


Figura (3)

Dielétrico, Q_1, Q_2, Q_3 são cargas de condutores imersos no dielétrico.

Superfície qualquer (S)

$$\boxed{\varepsilon_0 \oint \vec{E}\,\hat{n}\,dA = Q + Q_p} \quad (6)$$

E como
$$\boxed{Q_p = \oint_{S_1, S_2, S_3, S} \vec{P}\,\hat{n}\,dA + \int (-\vec{\nabla}\vec{P})\,dV}$$

sobre todas superfícies

carga de polarização, para todo dielétrico $= 0$

$$\boxed{Q_p = -\oint \vec{P}\,\hat{n}\,dA} \quad (7)$$

resultado final após cancelamentos

(6) em (7)

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E}\,\hat{n}\,dA = Q - \oint \vec{P}\,\hat{n}\,dA$$

$$\oint (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}\hat{n})\,\hat{n}\,dA = Q \quad (8)$$

③

DQ F1 04 2025 - 28

A EQ. (8) PODE SER ESCRITA COMO

$$\boxed{\oint \vec{D}\,\hat{n}\,dA = Q}$$

↳ ~~AA~~

ESTA EQUAÇÃO REPRESENTA A LEI DE GAUSS EM UMA FORMA MAIS GERAL.

USANDO TEOREMA DO DIVERGENTE:

$$\oint \vec{D}\,\hat{n}\,dA = \boxed{\int \vec{\nabla}\,\vec{D}\,dV} = Q = \boxed{\int \rho\,dV}$$

ASSIM $\boxed{\vec{\nabla}\,\vec{D} = \rho}$

FORMA DIFERENCIAL DA LEI DE GAUSS

NÃO EXISTEM POLOS MAGNÉTICOS ISOLADOS

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 \, q_2}{r^3} \vec{r}$$ = FORÇA ELÉTRICA

$$\vec{F} = q \, \vec{v} \times \vec{B}$$ = FORÇA MAGNÉTICA

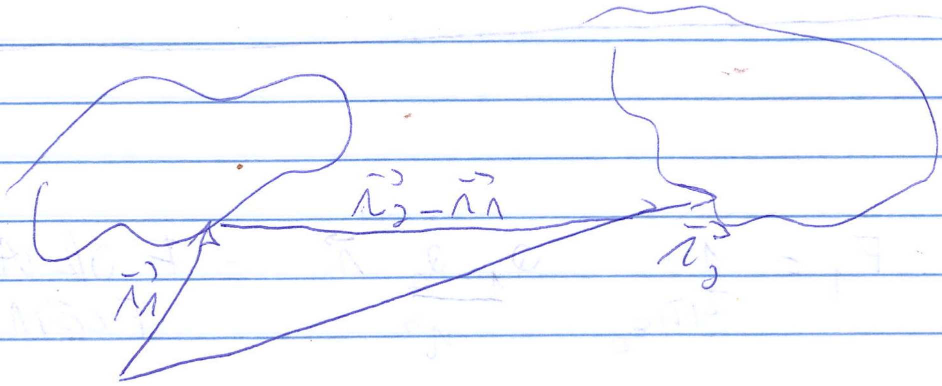
CARGA DE PROVA

SENDO B DADO POR:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{q_1}{|r|^2} \cdot \vec{v_1} \times \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \right]$$ (9)

AS ~~TRÊS~~ DUAS EQUAÇÕES ACIMA SÃO CASOS PARTICULARES P/ BAIXAS VELOCIDADES OU SEJA $v \ll c$.

Para um caso mais específico, como um circuito, temos:



$$\vec{B}(r_2) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{J(r_1)\,(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}\, dV_1$$

que é a consequência da Lei de Bio-Savart.

Dessa forma:

$$\boxed{\vec{\nabla}\vec{B} = 0} \rightarrow \qquad (10)$$

Pois

$$\boxed{\nabla \times \frac{r - r'}{|r - r'|^3} = 0}$$ é uma identidade sempre válida

A eq. (10) representa a ausência de polos magnéticos isolados

4

Centro de Ciências Exatas, Naturais e da Saúde
Fls:
UFES

DQF104 2025-28

APLICANDO O TEOREMA DO DIVERGENTE À EQ. NOS ENCONTRAMOS:

$$\boxed{\oint \vec{B}\,\hat{n}\,dA = \int \vec{\nabla}\vec{B}\,dV = 0}$$

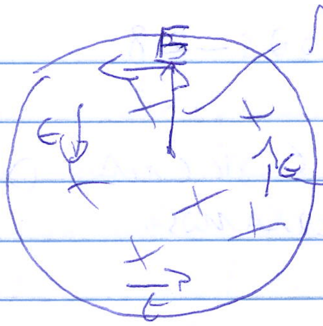
LOGO, ESSAS DUAS FORMAS REPRESENTAM A LEI DE MAXWELL QUE AFIRMA NÃO EXISTIR POLOS MAGNÉTICOS ISOLADOS.

$$\boxed{\text{LEI DE FARADAY}}$$

$$\mathcal{E} = \frac{d\phi_B}{dt}$$

$\phi_B = \int \vec{B}\,\hat{n}\,dA$ = FLUXO MAGNÉTICO

MAIOR



SEJA UM CAMPO MAGNÉTICO QUE AUMENTA DE INTENSIDADE

SURGIRÃO CAMPOS ELÉTRICOS INDUZIDOS NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO

A QUESTÃO É, COMO FICA A LEI DE FARADAY?

A LEI DE FARADAY AFIRMA QUE

A VARIAÇÃO DO FLUXO MAGNÉTICO CAUSA UMA FORÇA ELETROMOTRIZ INDUZIDA.

NA FIGURA SURGIU UM CAMPO ELÉTRICO INDUZIDO NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO QUANDO A INTENSIDADE DE $\vec{B}$ AUMENTA

ENTÃO O TRABALHO REALIZADO SOBRE UMA CARGA DE PROVA q_0 É:

$$\underbrace{\varepsilon}_{\text{F. ELETROMOTRIZ}} q_0 = \underbrace{(E q_0)}_{\text{FORÇA ELÉTRICA EM FUNÇÃO DO CAMPO ELÉTRICO INDUZIDO}} \underbrace{2\pi r_0}_{\text{DISTÂNCIA PERCORRIDA}}$$

$$\varepsilon = E \cdot (2\pi r_0)$$

W6 D

$$\boxed{\varepsilon = \oint \vec{E}\, d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}}$$

EQUAÇÃO DE FARADAY

O CAMPO ELÉTRICO QUE SURGE DEVIDO À VARIAÇÃO DO FLUXO MAGNÉTICO POSSUI CARACTERÍSTICAS PRÓPRIAS QUE DIFERENCIA DO CAMPO ELÉTRICO PRODUZIDO POR CARGAS ESTÁTICAS:

PRIMEIRA DIFERENÇA:

AS LINHAS DE FORÇA DO CAMPO ELÉTRICO PRODUZIDO POR FLUXO MAGNÉTICO VARIÁVEL ~~POSSUEM~~ FORMAM UM PERCURSO FECHADO, ENQUANTO QUE AS LINHAS DE FORÇA PRODUZIDAS POR CAMPO ELÉTRICO DEVIDO CARGAS ESTÁTICAS VÃO DA CARGA POSITIVA À CARGA NEGATIVA

~~2ª~~ SEGUNDA DIFERENÇA

$V_A - V_B = \frac{W_{AB}}{q_0} = -\int E\, dl$

ISSO SIGNIFICA QUE A INTEGRAL $\int E\, dl$ ~~DEV~~ DEVERIA SER ZERO

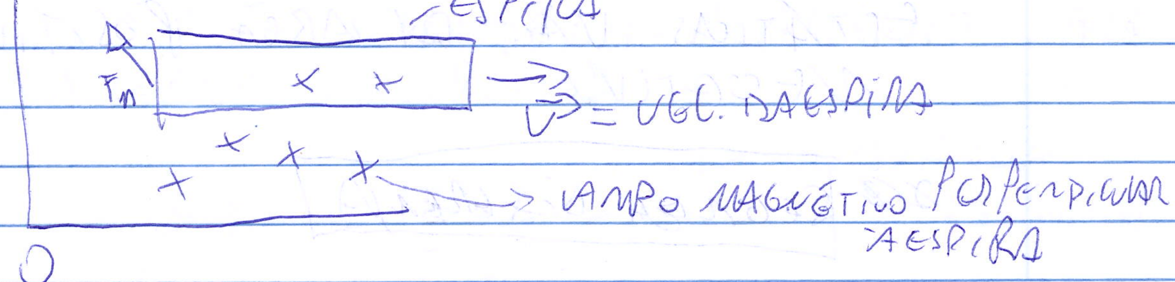
POIS O CAMPO NÃO É FECHADO. POR OUTRO LADO FOI VERIFICADO PELA LEI DE FARADAY QUE ISSO NÃO É VERDADEIRO QUANDO O CAMPO ELÉTRICO É PRODUZIDO POR FLUXO MAGNÉTICO QUE VARIA COM O TEMPO.

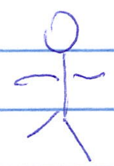
PORTANTO, O CAMPO ELÉTRICO PRODUZIDO POR CARGAS ESTÁTICAS SÃO CONSERVATIVAS, MAS O CAMPO ELÉTRICO PRODUZIDO POR FLUXO MAGNÉTICO VARIÁVEL NO TEMPO NÃO É CONSERVATIVO.

ESSAS DUAS DIFERENÇAS DO ASPECTO DO CAMPO ELÉTRICO PRODUZIDO POR MEIO DIFERENTE REPRESENTAM CARACTERÍSTICAS IMPORTANTES.

$\boxed{\text{O CAMPO ELETROMAGNÉTICO DEPENDE DO REFERENCIAL}}$

A)



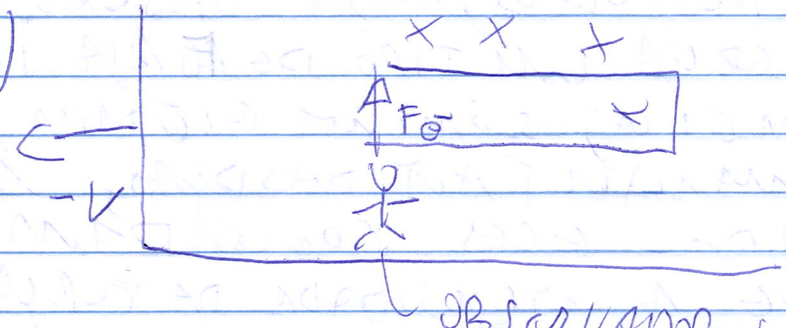


→ OBSERVADOR EM REPOUSO EM RELAÇÃO AO ÍMÃ OBSERVA UMA FORÇA MAGNÉTICA SOBRE OS PORTADORES DE CARGA POSITIVA APONTANDO DE FORMA INCLINADA

DP F104 2025-28

5

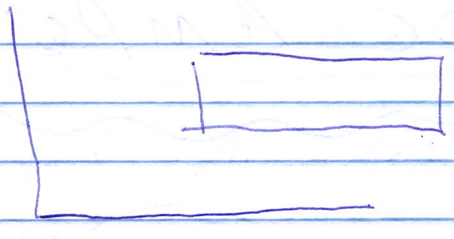
B)



OBSERVADOR EM REPOUSO EM RELAÇÃO À ESPIRA

NESSE CASO O OBSERVADOR VAI OBSERVAR O ÍMÃ SE MOVENDO PRA ESQUERDA COM VEL ($-\vec{v}$). PRA ESSE OBSERVADOR A FORÇA QUE IRÁ SE MANIFESTAR SERÁ APENAS DE NATUREZA ELÉTRICA SOBRE OS PORTADORES DE CARGA POSITIVA

C)



NESSE TERCEIRO CASO, O OBSERVADOR NÃO SE ENCONTRA NEM ~~NESSE~~ EM REPOUSO EM RELAÇÃO À ESPIRA NEM EM REPOUSO EM RELAÇÃO AO ÍMÃ. POR ISSO, ELE OBSERVARÁ UMA COMBINAÇÃO DE FORÇAS TANTO ELÉTRICAS COMO MAGNÉTICAS.

NOS TRÊS CASOS, CADA OBSERVADOR OBSERVA UM TIPO DE FORÇA SEJA SOMENTE MAGNÉTICA, SOMENTE ELÉTRICA, OU A MANIFESTAÇÃO DAS DUAS, MAS TODOS ELES CONCORDAM QUE A INTENSIDADE DA FORÇA SOBRE OS PORTADORES DE CARGA POSITIVA É A MESMA. E NOS TRÊS CASOS O FLUXO MAGNÉTICO VARIA SATISFAZENDO A LEI DE FARADAY:

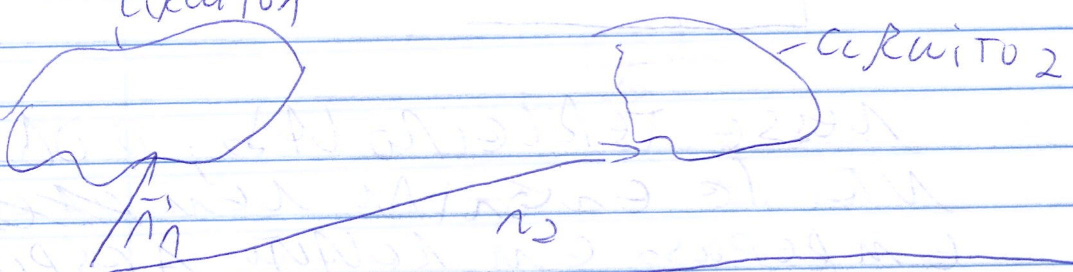
$$\boxed{\mathcal{E} = \oint \vec{E}\, d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}}$$ LEI DE FARADAY

APLICANDO TEOREMA DE STOKES

$$\oint \vec{E}\, dl = \boxed{\int \nabla \times \vec{E}\, \hat{n}\, dA} = \cancel{\oint \frac{d(B)\,dA}{dt}} \boxed{-\int \frac{d(B)}{dt}\, \hat{n}\, dA}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$$ FORMA DIFERENCIAL DA LEI DE FARADAY

LEI DE AMPÈRE



$$\boxed{B(r_2) = \int \vec{J}(r_1)\, \frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}\, dV_1} \quad (11)$$

A Eq. (11) é somente o resultado da Lei de Biot Savart

Quando $B(r_2)$ em $\vec{r}_2$ é o resultado do fluxo de corrente do circuito (1).

Aplicando o rotacional, encontramos:

$$\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{B}(r) = \mu_0 \vec{J}} \qquad (12)$$

Densidade de corrente

Admitindo

$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$ que é caso particular da Lei da continuidade

Uma questão surge, como a Lei de Ampère se manifesta na presença de material magnético? Nesse caso,

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}(\vec{r}) = \mu_0 (\vec{J} + \vec{J}_m)$$

Eq (13)

ONDE $\boxed{\vec{J}_M = \vec{\nabla} \times \vec{M}}$ QUE É

A DENSIDADE DE CORRENTE DE MAGNETIZAÇÃO.

$$\boxed{\vec{M} = \lim_{N \to \infty} \frac{\sum m_i}{\Delta V}} \qquad (13)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m_i = \text{MOMENTO DIPOLO MOLECULAR} \\ \vec{M} = \text{MAGNETIZAÇÃO} \end{array} \right\}$$

(11) EM (13)

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}(r) = \mu_0 \left(\vec{J} + (\vec{\nabla} \times \vec{M}) \right)$$

$$\nabla \times \left[\frac{\vec{B}(r) - \mu_0 \vec{M}}{\mu_0} \right] = \vec{J}$$

$$\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}} \qquad (14)$$

FORMA DIFERENCIAL DA LEI DE AMPÈRE

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{H} = \text{INTENSIDADE DO CAMPO MAGNÉTICO} \\ \vec{B} = \text{INDUÇÃO MAGNÉTICA} \end{array} \right\}$$

BR DQF 1 04 2025-28 (6)

Aplicando o teorema de Stokes para a eq. (14), encontramos:

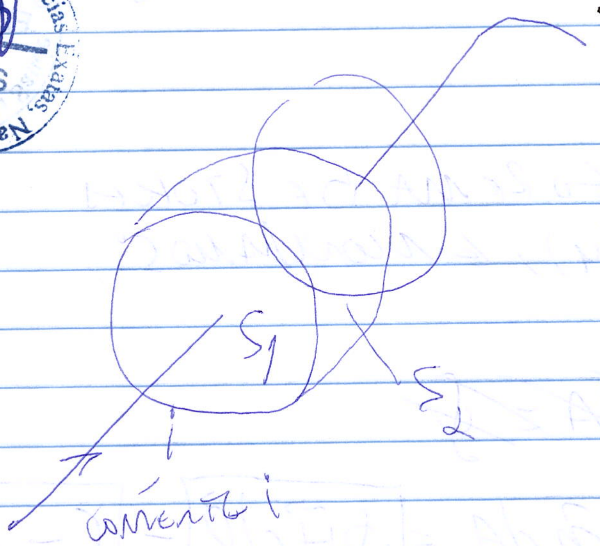
$\cancel{\oint \vec{\nabla} \times \vec{H}\, \hat{n}\, dA = \oint}$

$$\int \vec{\nabla} \times \vec{H}\, \hat{n}\, dA = \boxed{\oint \vec{H}\, d\vec{l}} = \boxed{\int J\, \hat{n}\, dA}$$

$$\oint \vec{H}\, d\vec{l} = I \qquad (15)$$

O vetor intensidade do campo magnético depende apenas da corrente "livre" ou convencional e não está relacionado com a corrente atômica ou "ligada".

Porém, a lei de Ampère ainda não está completa.



SEJA A SITUAÇÃO COM DUAS SUPERFÍSIES S_1 E S_2

A) POR S_1: $\oint \vec{H} \, d\vec{l} = i$

MAS
PELA SUPERFÍSIE S_2

B) POR S_2: $\oint \vec{H} \, d\vec{l} = 0$!!!

ENTÃO EXISTE ALGO DE ERRADO OU INCOMPLETO COM A EQUAÇÃO (14) DA LEI DE AMPÈRE.

A RAZÃO É QUE $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$ É UM CASO PARTICULAR DE MAGNESTOTÁCICA.

DE FATO, $\vec{\nabla}\cdot\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{\nabla}\vec{J} = 0$

~~$\vec{\nabla}\times\vec{H}$~~

MAS ESSA VERSÃO DA EQ. DA CONTINUIDADE ESTÁ INCOMPLETA!!

O CASO GERAL DA EQ. DA CONTINUIDADE É:

$$\boxed{\vec{\nabla}\vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0} \quad (18)$$

ESTA É A VERSÃO GERAL DA EQ. DA CONTINUIDADE.

ASSIM UNINDO A EQ. (14) COM A (15) OBTEMOS:

$$\nabla\cdot\vec{\nabla}\times\vec{H} = \nabla\vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

MAS $\boxed{\vec{\nabla}\vec{D} = \rho}$ PELA LEI DE GAUSS

ENTÃO

$$\nabla\cdot\vec{\nabla}\times\vec{H} = \nabla\vec{J} + \frac{\partial(\vec{\nabla}\vec{D})}{\partial t}$$

$$\boxed{\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}} \quad (16)$$

ESSA É A VERSÃO COMPLETA DA LEI DE AMPÈRE

PORTANTO PODEMOS ESCREVER AS LEIS DE MAXWELL

$$\boxed{\begin{array}{ll} \vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho & \text{(LEI DE GAUSS)} \\ \vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0 & \text{(Ñ EXISTEM POLOS MAGNÉTICOS ISOLADOS)} \\ \vec{\nabla}\times\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \text{(LEI DE FARADAY)} \\ \vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t} & \text{(LEI DE AMPÈRE)} \end{array}}$$

ONDE $\dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ É ~~CORR~~ CHAMADA DE CORRENTE DE DESLOCAMENTO.

PROPAGAÇÃO DE ONDAS

SEJA $\boxed{\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\times H = \vec{\nabla}\left(\vec{J} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)}$ (17)

~~$\vec{J} = \sigma\vec{E}$~~ $\vec{J} = \sigma\vec{E}$

σ CONDUTIVIDADE

$\vec{B} = \mu\vec{H}$

$D = \varepsilon\vec{E}$

DQF10420025-28 (7)

$\vec{J}$ = DENSIDADE DE CORRENTE
g = CONDUTIVIDADE
μ = PERMEABILIDADE
ϵ = PERMISSIVIDADE

O RESULTADO É ESTA

$$\boxed{\nabla^2 H - \epsilon\mu \frac{\partial^2 H}{\partial t} - g\mu \frac{\partial H}{\partial t} = 0} \quad (18)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{\nabla} \times \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)$$

$\downarrow$

O RESULTADO É

$$\boxed{\nabla^2 \vec{E} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t} - g\mu \frac{\partial E}{\partial t} = 0} \quad (19)$$

AS EQ. (18) E (19) REPRESENTAM EQ. PARA J=0 EM UM MEIO HOMOGÊNEO.

PORTANTO, SEJA O CASO PARTICULAR NO VÁCUO:

$$\begin{cases} \rho = 0 \\ \mu = \mu_0 \\ \varepsilon = \varepsilon_0 \end{cases}$$

A SOLUÇÃO P/ O CAMPO ELÉTRICO SERÁ

$$\boxed{\vec{E} = E_0\, e^{i(\omega t \mp kz)}} \quad (20)$$

OU A PARTIR DA PARTE REAL

~~$E = E_0 \cos(\omega t \pm$~~

$$\boxed{\vec{E} = E_0 \cos(\omega t \mp kz)} \quad (21)$$

AS SOLUÇÕES DAS EQUAÇÕES (17) E (18) PRECISAM SATISFAZER AS EQUAÇÕES DE MAXWELL.

TANTO A EQ (17) COMO (18) SÃO RESULTADOS DAS EQ. DE MAXWELL, MAS NÃO SIGNIFICA AUTOMATICAMENTE QUE SUAS SOLUÇÕES ~~SÃO~~ SEJAM COERENTES. POR ISSO,

UMA MANEIRA DE ~~VERIFICAR~~ VERIFICAR A VALIDADE DAS SOLUÇÕES DAS EQ. (17) E (18) É VERIFICAR SE O CAMPO $\vec{E}$ SATISFAZ A EQ. DE FARADAY

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

EQ. DE ONDA NÃO HOMOGÊNEA

VAMOS ~~SU~~ POR ~~AGORA~~ AGORA QUE $\vec{J} = \vec{J}(\vec{r},t)$ E $\rho = \rho(\vec{r},t)$

ENTÃO, SERA

$$\nabla \times E = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

ONDE $\vec{A}$ = POTENCIAL VETORIAL

$$\nabla \times \left[\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right] = 0 \quad (22)$$

MAS ROTACIONAL DE UM VETOR PODE SER REPRESENTADO POR UM GRADIENTE, LOGO

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\vec{\nabla}\varphi$$

$$\boxed{\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla}\varphi} \quad (23)$$

UNINDO A EQ. (23) À CONDIÇÃO DE LORENTZ, SE OBTEM:

$$\boxed{\Box^2 A_\nu = -J_\nu}$$

↳ SOLUÇÃO P/ EQ. NÃO HOMOGÊNEA COM ρ E $\vec{J}$ VARIANDO NO TEMPO,

~~DE FORMA QUE NÃO ESTAVA NO CONTEÚDO~~